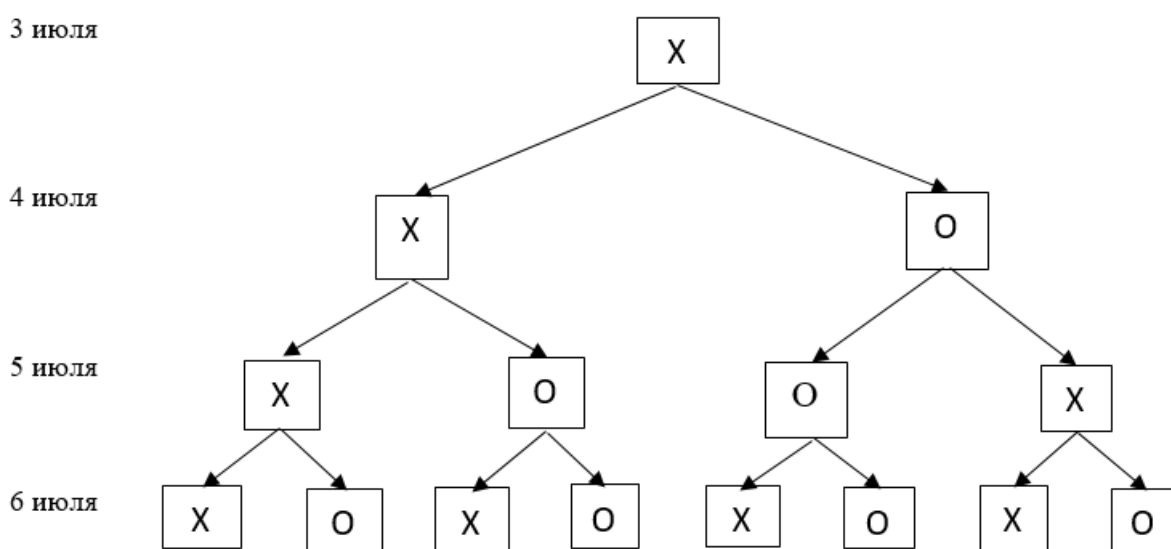


## Задание № 10 из КИМ ЕГЭ профильный уровень.

1. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

### Решение.

Составим дерево вариантов. Обозначим: Погода хорошая – Х, Погода отличная – О.



Таким образом для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта: ХХО, ХОО, ОХО, ООО. Найдем вероятности наступления такой погоды:

$$P(\text{ХХО}) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,128;$$

$$P(\text{ХОО}) = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,128;$$

$$P(\text{ОХО}) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008;$$

$$P(\text{ООО}) = 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,128.$$

Указанные события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(\text{ХХО}) + P(\text{ХОО}) + P(\text{ОХО}) + P(\text{ООО}) = 0,128 + 0,128 + 0,008 + 0,128 = 0,392.$$

Ответ: 0,392.

2. В городе 48% взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

### Решение.

Доля женщин среди взрослого населения равна  $100\% - 48\% = 52\%$ . Тогда доля женщин-пенсионеров равна  $52 \cdot 0,15 = 7,8\%$  населения. Отсюда получаем, что мужчин-пенсионеров  $12,6\% - 7,8\% = 4,8\%$  населения. Значит, вероятность того, что выбранный мужчина окажется пенсионером, равна  $4,8\% : 48\% = 0,1$

Ответ: 0,1.

3. Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

**Решение.**

При трёхкратном бросании игральной кости 6 очков может получиться только в десяти случаях:  $1 + 2 + 3$ ,  $1 + 3 + 2$ ,  $2 + 1 + 3$ ,  $2 + 3 + 1$ ,  $3 + 1 + 2$ ,  $3 + 2 + 1$ ,  $2 + 2 + 2$ ,  $1 + 1 + 4$ ,  $1 + 4 + 1$  и  $4 + 1 + 1$ . При этом 3 очка выпадало в шести из этих случаев. Значит, вероятность того, что хотя бы раз выпало 3 очка равна  $6 : 10 = 0,6$

Ответ: 0,6.

4. В коробке 8 синих, 6 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

**Решение.**

Заметим, что возможны два случая, когда выбраны один синий и один красный фломастер: сначала выбрали синий, потом красный; сначала выбрали красный, потом синий. Эти события несовместны, следовательно, искомая вероятность равна  $P(C; K) + P(K; C)$ :

$$\frac{8}{25} \cdot \frac{6}{24} + \frac{6}{25} \cdot \frac{8}{24} = \frac{2}{25} + \frac{2}{25} = \frac{4}{25} = 0,16$$

Ответ: 0,16.

5. В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

**Решение.**

Чтобы пятирублевые монеты оказались в разных карманах, Петя должен взять из кармана одну пятирублевую и две десятирублевые монеты. Это можно сделать тремя способами: 5, 10, 10; 10, 5, 10 или 10, 10, 5. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Ответ: 0,6

6. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

**Решение.**

Команда может получить не меньше 4 очков в двух играх тремя способами: 3+1, 1+3, 3+3. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме их вероятностей. Каждое из этих событий представляет собой произведение двух независимых событий — результата в первой и во второй игре. Отсюда имеем:

Вероятность выигрыша = 0,4

Вероятность проигрыша = 0,4

Вероятность ничьей =  $1 - 0,4 - 0,4 = 0,2$

$$0,4 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,08 + 0,08 + 0,16 = 0,32$$

Ответ: 0,32

7. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

**Решение.**

Допустим, ОС, СО – не перегорит одна лампа (останется гореть только одна), ОО – не перегорит ни одной лампы (обе лампы останутся гореть).

Таким образом,  $P(ОС) = P(СО) = 0,7 \cdot 0,3 = 0,21$ ;  $P(ОО) = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$ .

В итоге:  $0,21 + 0,21 + 0,49 = 0,91$

Ответ: 0,91

8. Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

**Решение.**

Пусть  $A$  — событие, состоящее в том, что мишень поражена стрелком с первого выстрела,  $B$  — событие, состоящее в том, что первый раз стрелок промахнулся, а со второго выстрела поразил мишень. Вероятность события  $A$  равна  $P(A) = 0,7$ . Событие  $B$  является произведением двух независимых событий, поэтому его вероятность равна произведению вероятностей этих событий:  $P(B) = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$ .

События  $A$  и  $B$  несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = 0,7 + 0,21 = 0,91.$$

Ответ: 0,91.

9. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.

**Решение.**

По формуле условной вероятности, вероятность того, что Джон промахнется равна: если схватит пристрелянный револьвер и промахнется из него ( $\frac{4}{10} \cdot (1 - 0,9) = 0,04$ ), или если схватит не пристрелянный револьвер и промахнется из него ( $\frac{6}{10} \cdot (1 - 0,2) = 0,48$ ). События схватить пристрелянный или не пристрелянный револьвер образуют полную группу (они несовместны и одно из них непременно наступает), поэтому, по формуле полной вероятности, Джон промахнется с вероятностью  $0,04 + 0,48 = 0,52$ .

Ответ: 0,52

10. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

**Решение.**

Рассмотрим события

$A$  – кофе закончится в первом автомате,

$B$  – кофе закончится во втором автомате.

Тогда

$A \cdot B$  – кофе закончится в обоих автоматах,

$A + B$  – кофе закончится хотя бы в одном автомате.

По условию  $P(A) = P(B) = 0,3$ ;  $P(A \cdot B) = 0,12$ .

События  $A$  и  $B$  совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48.$$

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна  $1 - 0,48 = 0,52$ .

Ответ: 0,52.

11. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

**Решение.**

Пусть завод произвел  $n$  тарелок. В продажу поступят все качественные тарелки и 20 % не выявленных дефектных тарелок:  $0,9n + 0,2 \cdot 0,1n = 0,92n$  (т.е. всего в продажу поступит  $0,92n$  тарелок, произведенных на фабрике). Поскольку качественных из них  $0,9n$ , то вероятность купить качественную тарелку равна  $\frac{0,9n}{0,92n} = 0,978 \dots$

Округляя результат до сотых, получаем 0,98.

Ответ: 0,98.

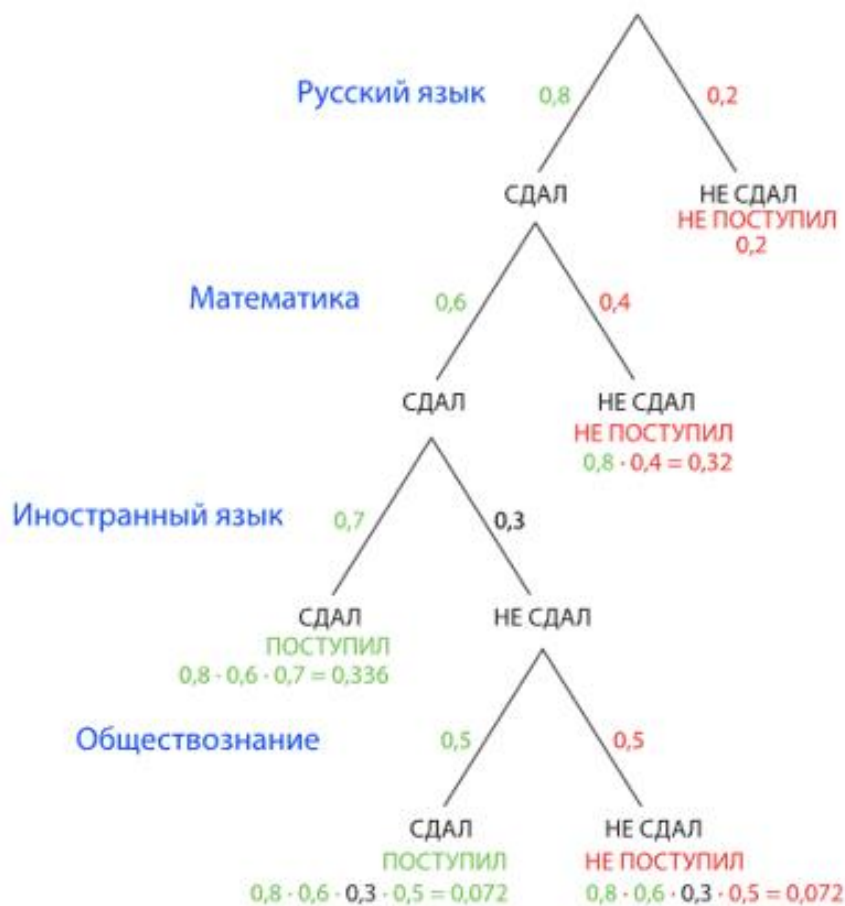
12. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

**Решение.**

Построим дерево вариантов.



Эти события несовместные, искомая вероятность суммы этих событий равна сумме их вероятностей:  $0,336 + 0,072 = 0,408$

Ответ: 0,408

13. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

**Решение.**

Анализ пациента может быть положительным и ложно положительным.

Положительный результат – с вероятностью 0,9, всего таких 5%, значит  $0,05 \cdot 0,9 = 0,045$ ;

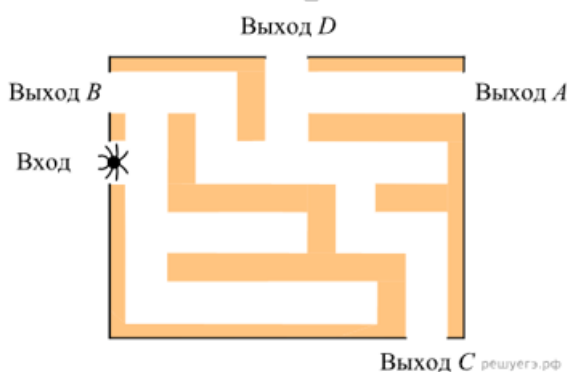
Ложно положительный – с вероятностью 0,01, всего таких 95%, следовательно  $0,95 \cdot 0,01 = 0,0095$ .

События быть больным или быть здоровым образуют полную, поэтому можно применить формулу полной вероятности. Получим:  $0,045+0,0095=0,0545$ .

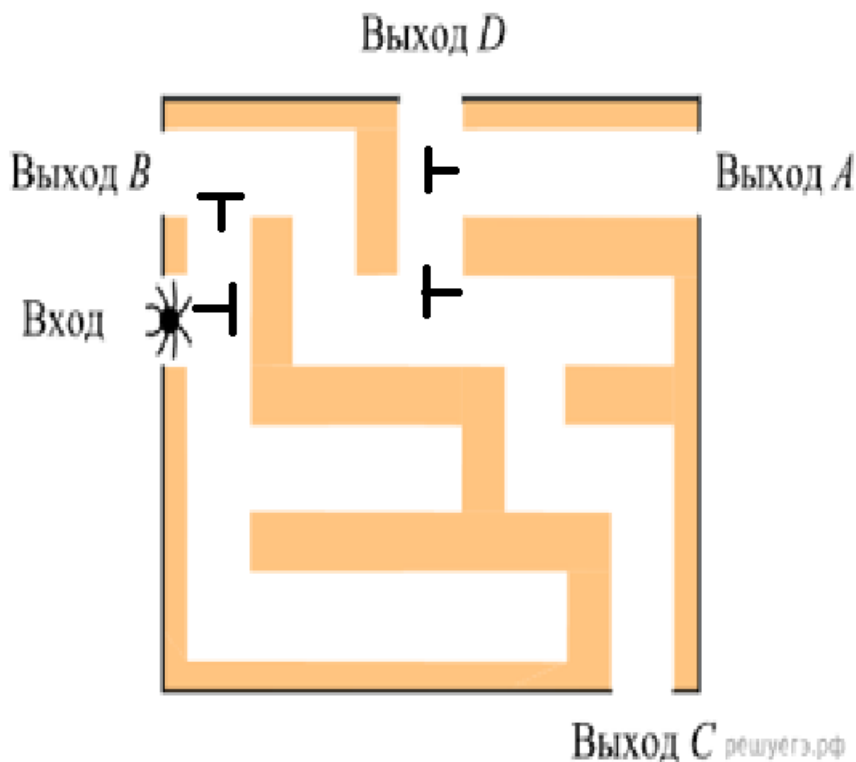
Можно составить дерево вариантов.

Ответ: 0,0545.

14. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



**Решение.**



На каждой из четырех отмеченных развилок паук с вероятностью 0,5 может выбрать путь, ведущий к выходу D, или другой путь. Это независимые события, вероятность их произведения (события, состоящего в том, что паук дойдет до выхода D) равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность прийти к выходу D равна  $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,0625$ .

Ответ: 0,0625

15. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а из второго хозяйства – 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию составляют 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

**Решение.**

Пусть в первом хозяйстве агрофирма закупает  $x$  яиц, в том числе  $0,4x$  яиц высшей категории, а во втором хозяйстве –  $y$  яиц, в том числе  $0,2y$  яиц высшей категории. Таким образом, всего агрофирма закупает  $(x + y)$  яиц, в том числе  $(0,4x + 0,2y)$  яиц высшей категории. По условию, высшую категорию составляют 35% яиц, следовательно:  $\frac{0,4x+0,2y}{x+y} = 0,35$ .

$$0,4x + 0,2y = 0,35x + 0,35y$$

$$0,05x = 0,15y$$

$$x = 3y$$

Вероятность, что купленное яйцо окажется из первого хозяйства равна:

$$\frac{x}{x+y} = \frac{3y}{3y+y} = \frac{3y}{4y} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Ответ: 0,75